

氏名： _____

やってみましょう：曜日計算

1) 見慣れない計算問題ですが、例題を参考にして問題 A、B の答えを出してみてください。

(例題) 水曜日 + 火曜日 = ? 答：金曜日

A. 火曜日 + 金曜日 = ?

B. 木曜日 + 土曜日 = ?

あなたの答え：

どうやって解きましたか？

2) 答えが書けた人は、次の問題を解くとしたらどうしますか？素早く、正確に、しかも楽に解く方法を考えてみてください。

月曜+水曜=

火曜+火曜=

月曜+火曜=

水曜+月曜=

日曜+水曜=

金曜+日曜=

月曜+土曜=

金曜+月曜=

火曜+木曜=

水曜+金曜=

氏名： _____

3) 今解いた問題を参考にしながら、次の問題を全問解いてください。速く、正確に、しかも楽に解くのに、何かいい方法はないでしょうか？（「曜」「曜日」は書かなくて結構です。）

かかった時間 _____ 分 _____ 秒

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 月曜 + 水曜 = | 水曜 + 木曜 = | 土曜 + 月曜 = |
| 火曜 + 火曜 = | 金曜 + 月曜 = | 水曜 + 日曜 = |
| 月曜 + 火曜 = | 水曜 + 日曜 = | 火曜 + 木曜 = |
| 金曜 + 水曜 = | 水曜 + 月曜 = | 水曜 + 日曜 = |
| 日曜 + 水曜 = | 月曜 + 火曜 = | 木曜 + 土曜 = |
| 金曜 + 水曜 = | 土曜 + 月曜 = | 木曜 + 月曜 = |
| 金曜 + 日曜 = | 火曜 + 水曜 = | 木曜 + 火曜 = |
| 月曜 + 土曜 = | 金曜 + 金曜 = | 日曜 + 金曜 = |
| 金曜 + 月曜 = | 月曜 + 火曜 = | 土曜 + 日曜 = |
| 水曜 + 火曜 = | 水曜 + 火曜 = | 水曜 + 土曜 = |
| 火曜 + 木曜 = | 木曜 + 木曜 = | 月曜 + 木曜 = |
| 金曜 + 水曜 = | 水曜 + 金曜 = | 火曜 + 木曜 = |
| 日曜 + 火曜 = | 水曜 + 火曜 = | 土曜 + 土曜 = |
| 金曜 + 水曜 = | 月曜 + 月曜 = | 木曜 + 土曜 = |
| 月曜 + 土曜 = | 金曜 + 火曜 = | 土曜 + 日曜 = |
| 水曜 + 木曜 = | 日曜 + 月曜 = | 日曜 + 木曜 = |
| 木曜 + 月曜 = | 火曜 + 水曜 = | 火曜 + 日曜 = |
| 金曜 + 木曜 = | 水曜 + 金曜 = | 土曜 + 木曜 = |
| 土曜 + 水曜 = | 金曜 + 月曜 = | 土曜 + 金曜 = |
| 日曜 + 日曜 = | 木曜 + 日曜 = | 土曜 + 月曜 = |
| 土曜 + 月曜 = | 月曜 + 日曜 = | 金曜 + 火曜 = |
| 火曜 + 日曜 = | 月曜 + 水曜 = | 火曜 + 火曜 = |
| 水曜 + 土曜 = | 木曜 + 水曜 = | 木曜 + 金曜 = |
| 日曜 + 日曜 = | 金曜 + 月曜 = | 木曜 + 火曜 = |

全部解いたら、周りの人と答え合わせをしてみてください。「素早く、正確に、しかも楽に解く方法」について情報交換しても結構です。

一通り話し合いが済んだら、次に進んでください。

氏名： _____

4) できるだけ速く仕上げてみましょう。

かかった時間 _____ 分 _____ 秒

日曜 + 日曜 =	金曜 + 月曜 =	木曜 + 火曜 =
水曜 + 火曜 =	水曜 + 火曜 =	水曜 + 土曜 =
水曜 + 木曜 =	日曜 + 月曜 =	日曜 + 木曜 =
木曜 + 月曜 =	火曜 + 水曜 =	火曜 + 日曜 =
火曜 + 日曜 =	月曜 + 水曜 =	火曜 + 火曜 =
金曜 + 木曜 =	水曜 + 金曜 =	土曜 + 木曜 =
火曜 + 火曜 =	金曜 + 月曜 =	水曜 + 日曜 =
水曜 + 土曜 =	木曜 + 水曜 =	木曜 + 金曜 =
火曜 + 日曜 =	月曜 + 水曜 =	火曜 + 火曜 =
水曜 + 土曜 =	木曜 + 水曜 =	木曜 + 金曜 =
日曜 + 日曜 =	金曜 + 月曜 =	木曜 + 火曜 =
金曜 + 水曜 =	水曜 + 月曜 =	水曜 + 日曜 =
日曜 + 水曜 =	月曜 + 火曜 =	木曜 + 土曜 =
月曜 + 火曜 =	水曜 + 日曜 =	火曜 + 木曜 =
金曜 + 日曜 =	火曜 + 水曜 =	木曜 + 火曜 =
火曜 + 木曜 =	木曜 + 木曜 =	月曜 + 木曜 =
金曜 + 水曜 =	水曜 + 金曜 =	火曜 + 木曜 =
月曜 + 水曜 =	水曜 + 木曜 =	土曜 + 月曜 =
金曜 + 水曜 =	月曜 + 月曜 =	木曜 + 土曜 =
日曜 + 火曜 =	水曜 + 火曜 =	土曜 + 土曜 =
金曜 + 月曜 =	月曜 + 火曜 =	土曜 + 日曜 =
金曜 + 水曜 =	土曜 + 月曜 =	木曜 + 月曜 =
月曜 + 土曜 =	金曜 + 火曜 =	土曜 + 日曜 =
月曜 + 土曜 =	金曜 + 金曜 =	日曜 + 金曜 =

全部解けたら、周りの人と答え合わせをしてみてください。もう一度「素早く、正確に、しかも楽に解く方法」について情報交換してみると、今度はどんなアイディアが出てくるでしょうか？一通り話し合いが済んだら、次に進んでください。

氏名： _____

5) さて、下の問題の答えは何でしょう？

$$m + b =$$

どのようにして答えを出しましたか？

答えと、出し方を書いたら、周りの方と話し合ってみてください。

氏名： _____

この問題に $m+b=0$ という答えを出す人がたくさんいます。これらの人は「+b」を見て、曜日計算の「火曜を出すなら次の 次の日」と似ているから、「bを足すなら m の次の 次の文字でもいいだろう」、と考えたようです。この考え方について、どう思いますか？

この考え方には、スキーマが使われています。どんなスキーマが、どんな働きをしたのか、説明してみてください。

氏名： _____

やったことを振り返ってみましょう。

例えば、たくさん速く、正確に解く練習をすると、こんな

公式集

月曜を足すとき、答えはもう一方の曜日の次の曜日	例)月曜+火曜=水曜
火曜を足すとき、答えはもう一方の曜日の次の次の曜日	例)火曜+水曜=金曜
金曜を足すとき、答えはもう一方の曜日の前の前の曜日	例)金曜+木曜=火曜
土曜を足すとき、答えはもう一方の曜日の前の曜日	例)土曜+水曜=火曜
日曜を足すときは何もしなくても良い。答えはもう一方の曜日のまま	例)日曜+水曜=水曜

ができます。皆さんはいつ頃こんな公式集ができたでしょうか？ こういうものに慣れてきたときに $m+b=?$ が出てくると??

Chapter2:Calculation

Response 2- 2

規則と型を見つけよう

人は繰り返し同じタイプの問題を解いていると、解き方を変えていきます。解いていくうち、その中に規則性や型のようなものを見つけ、その規則や型にあてはめて問題を解くようになります。皆さんもいくつか問題を解いてみて曜日計算の「規則・型」に気付いたのではないのでしょうか？さらに、こうした「規則・型」を知ると「 $m + b = ?$ 」といった曜日から離れた問題まで解けるようになります。規則や型を増やしていくことは、自分の「知識」を増やしていく近道なのですね。

自分の好きなこと、関心のあることは、知らないうちに多くの経験を積むことができる。多くの経験を積むと「規則・型」が増え、同時に「知識」が増える。

好きなこと・関心のあることが「考えやすく、覚えやすい」のには、どうやらこんな方程式があるようです。



この解説の中で「規則・型」と呼ばれている知識が、スキーマとして働いていると考えられます。曜日の計算を練習している間に曜日計算に使える規則が生まれ、その規則が、曜日に対して当てはまるだけでなく、「順序があるもの一般」に当てはめられるような柔軟な形をもった、少し一般的な形に変形できる準備ができていたようです。曜日計算を解くスキーマが、文字計算 ($m+b=?$) を見て、一気に「一般化」したのかもしれませんが。いったんこういう「ちょっと抽象的（言い換えればちょっといい加減、でもだからこそ適応的）」な「系列計算化スキーマ」が出来上がると、音階を足したり、季節の名を足したりなんていうこともできるようになるでしょう。

氏名： _____



ジグソーグループでは、「曜日計算」について以下のようなポイントを説明してください。

- (1) 曜日計算はどんな問題か
- (2) はじめのうち、人はどうやってその問題を解くか
- (3) たくさんの問題を「早く、正確に、しかも楽に」解くために人はどんな工夫をするか
- (4) そういう工夫をする中で、人はどんなスキーマを作るか
- (5) できたスキーマがどんなものかは、どうやって調べられるか
- (6) 「練習問題を繰り返し解く」ことから、人はどんなことが「学べる」か（あるいは、練習問題を繰り返し解くだけでも人が作ってしまうスキーマは、どんなもので、それを学校の授業でうまく使うにはどうしたらいいか）

以下は、説明のポイントをメモするのに使ってください。


氏名: _____

やってみましょう：折り紙

- 1) お手元に折り紙と鉛筆があります。「この折り紙の3分の2の4分の3の部分に斜線を引いてください」と言われたら、どのように解きますか？ 実際折り紙の上に斜線を引いてください。

(解けたら、次に進んでください。)

- 2) ほかに人は普通、どんなふう解くと思いますか？

- 3) 上の問題に続けて、もう一枚折り紙を渡されて、「今度はこの折り紙の4分の3の3分の2の部分に斜線を引いてください」と言われたら、どのように解きますか？2枚目の折り紙で実際に解いてみてください。

(解けたら、次に進んでください。)

- 4) この2回目は、どんな解き方をする人が多いと思いますか？

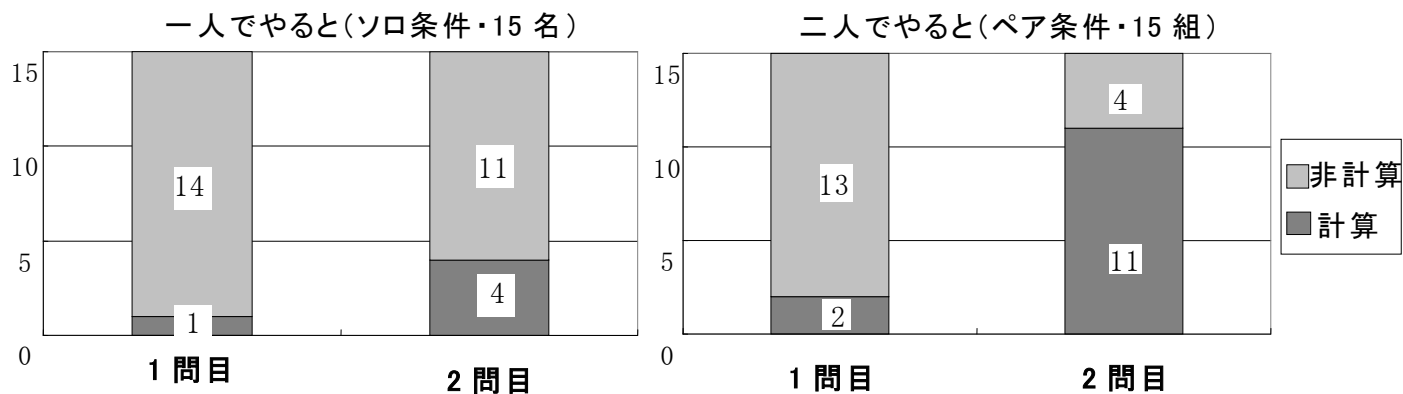
- 5) この2問を1人で解くのと、2人で解くのではどんな違いがあると思いますか？

まず1人で考えて、それから周りの人と話し合ってください。

氏名: _____

実際の結果は次のようになりました。

グラフの高さは、人数を表しています。色の濃いところが計算して解いた人、薄いところは、折ったり印をつけたりして計算せずに折り紙を直接使って解いた人の人数です。



1) グラフの結果から見て、1人と2人で違うところはどこですか？解き方で言うと、一人で解くのと二人で解くのとの違いはどこにありますか？

2) なぜこのような違いが出るのだと思いますか？まず自分のアイデアをいくつか書きとめてから、話し合ってください。

話し合いが大体済んだら、次へ進んでください。

氏名: _____

2人と1人でこれだけ違うからには、2人の1回目で何かが起きていたはずですが。次のワークシート<13-4>に、ある2人組が<1回目の>問題を解いている最中に話していたことを書き起こしたもの（プロトコルと言います）を上げておきました。これを読んで、ふたりが1回目何をしていたのか、まず気づいたことをメモして、それから周りの人と話し合ってください。

3) 次にこれを見て、2人の間でどんなやりとりが起きていたのか、気づいたことを話し合ってください。二人のやりとりが「計算でも解ける」ことに気づくための役に立っているとしたら、どんなところで役に立っているのでしょうか？

話し合いが大体済んだら、<13-5>に進んでください。

氏名: _____

手前 (Y)	奥 (N)
このラインがあれば、3/4 だぞ [折紙を取り上げ、開いて3/4の折り目を指でなぞる]	
	ああ ああ [(3/4, 1/2)に右手人さし指を置く]
だから、これを、この中で更にとん折りすれば [3/4の部分全体を指で開く様]	
1/3ができるじゃん わかる? [3/4に再度折り始める]	
	3/4の [肩間にしわをよせる]
	ああ
	3/4の2/3だろ [Yの折った3/4を開いて]
	なら3/4の [3/4のひだ状の3つの部分を順にポンポン指で押さえて]
	これ、2/3ってここじゃんhhh [その2/3の部分を順に指で示して]
ハハ、おまえ/カhhh	
	ハハだ-hhh [体を起こしてYを差しながら]
半分じゃんこれじゃんhhh [2/3の部分を含めようように指で押さえる]	
	何で-hhh [きょんとした顔でYを見ている]
何だよ、ちょっと考えるよ-hhh [再度押さえようと折紙に屈む]	[Yを見ている]
	3/4の2/3だろー [折紙を引き寄せ]
	これはフェイクだ、わなだ、わな
	3/4ってどこだます [2人の間に差し出す]
だからここじゃん、これが3/4 [3/4の折り目を両手で開くように押さえる]	
[折紙を開こうとする]	これだろ [Yの腕をつかんで制して]
	じゃあ3/4だろ [折紙を引き寄せ3/4に折りながら]
この3分の2	はい3分の2 [3/4に折った折紙を差し出す]
	どこだ
(5秒ポーズおっ、ほらhhh [3/4に折られた折紙を両手で見る])	
あ、そうじゃん、掛け算すりゃいいじゃん [机の上に式を空書きする]	震だ、震だ
半分じゃん	すりゃね [折紙を開いて斜線を引き始めながら]
うわー、さむー	
ん、あ、ん、ここに [一瞬右手を添えかけて]	あ、ハハだねhhh [Yを指差しながら]
あ、なるほどー	
おまえ気付いたら先に言えよ	震だね (小声で)
半分に折るだけじゃないじゃん	
掛け算すりゃよかった	何やってんのー
3が消えて、はいはい [机の上に空書きする]	掛け算すりゃね
おまえ今度いいよ、ちゃんとやってよ、主導権おまえね	実務だね、きみは
第2試行: [すぐさま屈み込んで空書きをはじめ]もう騙されねえぞー	



氏名: _____

二人の間で何が起きていたのか、このプロトコルは、一つの読み方として、こんな風を読むことができます。二人とも男性です。

この二人は、一枚の折り紙しか持っていません。その折り紙を手にとって、解こうとしている方、自分の解き方の説明をしている方を「課題遂行者」と呼ぶことにしましょう。一人が課題遂行者の役割を取っている間、もう一人はそれをみている「モニター」です。

このプロトコルでは、まず手前の Y が折り紙を取って解き方の説明をしていますので、はじめは Y が課題遂行者です。そして、彼の発言から、まず折り紙を4等分して（まず長方形に折り、さらにその長方形を細い2つの長方形に折りました）開いて、「このラインが、あれだぞ、 $3/4$ だぞ」といって4分の3の部分を指して、そこを「さらに3等分してその2つを取ればいい」という計画を説明しています。それを見ていた奥の N は、その $3/4$ の部分には既に3等分の折り目が付いていますから（そのことに Y は気づいていないようです）、それを指摘して、「なら・・・これ、 $2/3$ ってここじゃん」と言って、モニターから課題遂行者に自分の役割を変えて、自分の解き方を Y に説明してゆきます。その間、Y はモニターとして N の説明を聞きながら、「何でだよー」とか、「だからここじゃん」と言って自分のはじめの解き方を N に説明しようとはしますが、この段階ではプロトコル中盤では N に課題遂行者を譲っています。

その N は、折り紙を取って Y が先ほど4等分した紙の $1/4$ 部分（一番上の4分の1部分）を裏に織り込んで、 $3/4$ だけを残して、「じゃあ $3/4$ だろ」「はい3分の2」と答えの部分を Y が自分で見つけられるように Y の前に差し出します。ここで、課題遂行者の N は、Y が作ってくれた「4分の3」を「3等分してその2つを取れば答えになる」という解き方（計画）で解いていますので、わざわざ折り紙全体を4分の3に折り込んで見せていますので、答えの部分が全体のいくつになるかは考えていないかのようです。

それを見て Y は、「おっっ、ほら」と、初めて N の言っていることに気づいて、もう自分が作った4分の3の部分を新たに3等分する方法を探さなくても、答えが出てしまっていることを見て取ります。その段階で、Y は、今度は自分で課題をもう一度自分の手元に引き戻して課題遂行者になり、「あ、そうじゃん、掛け算すりゃいいじゃん」と言いながら、机の上に指で式を書いて実際計算して答えを出しています。この時点で Y は、答えが2分の1になることに気づいていると思われます。Y はこの後も課題遂行者を続けて、「半分にするだけでいいじゃん」「掛け算すりゃよかった」と続けます。それを受けて、今はモニター役の N は、「掛け算すりゃね」と口にしますが、自分で計算してみることはせず（課題遂行者の役割はもう取らず）、「実務家だね、きみは」とモニターらしい表現をしています。

ここまでをまとめると、

- (1) Y はまず課題遂行者として、まず $3/4$ をつくりその $2/3$ を取る、という2段階の解法を考えて実行しようとする

氏名: _____

- (2) それを見ていたモニターのNは、 $3/4$ 部分がすでに3等分されていることに気づいて、それを相手に指摘する——Yのやっていることを少しだけ大きく見て、2手間かける必要が無いことに気づいて、Nに一手間での解き方を課題遂行者として説明する
- (3) Nはモニターとして、その解き方を聞き、実際自分で確かめてみて、「なら掛け算すりゃいいじゃん」と課題遂行者に戻って空所でその解き方を確かめる

つまり、YとNが、課題遂行者とモニターを交代しながら、それぞれ課題遂行者の時にはその場で自分が一番いいと思う解き方を実行し、モニターがそれを見ていて、少し「手間がかからず正しい答えの出る」別の解法があるのに気づいて、自ら課題遂行者になって自分の解き方を相手に説明する、ということが繰り返されています。この繰り返しの間に、それぞれがモニターをやっているときに、今相手がやっている解き方に縛られず、少し「遠く」からみた、より効率のよい別の解き方に気づいて、それを相手に提案しているとも言えるでしょう。こんな風にして、二人だと、一人のときよりも素早く、自分が最初に思いついた解き方に加えて、別の見方からの解き方を交換し合って、新しい解き方を手に入れているのだと考えられます。

この後、2問目が出された時このペアは解き方を計算に変えたのですが、どちらが先に計算したと思われますか？この時は、Yでした。Yは、プロトコルの最後で、Nに「主導権おまえね」と言っているのですが、実は「掛け算すりゃいいじゃん」とはっきり言葉に出して計算を課題遂行したのは彼でした。私たちは、この「自分で課題遂行して言葉にしたこと」が、NではなくYに次の問題を計算で解かせた原動力だったのではないかと考えています。

氏名: _____

ジグソーグループでは、「折り紙課題」について以下のようなポイントを説明して下さい。

- (1) 折り紙課題はどんな問か
- (2) はじめのうち、人はどうやってその問題を解くか
- (3) 2題目を解く時、一人と二人でどんな違いがあるか
- (4) その違いの原因をさぐるには、どこを調べればいいのか
- (5) 二人が1回目に解いている途中で何が起きているか
- (6) 二人でより適応的な解き方のスキーマを作るために、二人が課題遂行者とモニターという役割交代を繰り返していることはどんな役に立っていると考えられるか

以下は、説明のポイントをメモするのに使って下さい。