

関東 & 東京地区数学教育協議会  
夏の研究大会  
2005.8.27-28@猿ヶ京セミナーハウス

# 協調的な数学教育

～問題はみんなで解こう！～

三宅なほみ

大学も  
変わりつつ  
あります...



中京大学  
情報科学部  
認知科学科

授業風景...

# 学習科学

- 学習理論  
人はいかに学ぶかを明らかにする
- 学習支援  
人がうまく学べるための工夫を実践的に確かめる

# 得意になるまで

- 一定以上の時間をかける
- 強い動機付けを持つ
- 積極的に情報を収集して、覚える
- 教えあったり、議論したりする仲間がいる
- さまざまなレベルの先輩がいる
- 試行錯誤を繰り返して自分の知識を作る
- 学んだ成果が次の学びに結びつく
- 対象は限定されている

# 学習の基本形

- 繰り返し、時間をかけて自分で知識を作る
- 社会の中で、他人と協調的に学ぶ

# 協調作業の典型例？！

- 「分数が解けない大学生」問題
- OECD PISA 国際比較問題

大学生が、3から5人のグループで  
解くと、そのうち解ける・・・

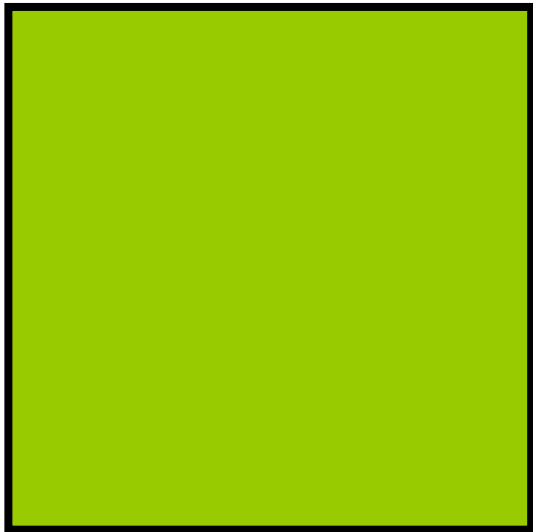
# 二人で解くとうまくいく？

- いつでも二人寄れば一人よりうまくいく、というわけではない
  - 水がめ問題      9 Lと4 Lから6 Lを汲め
  - 9点問題      9点を4本の直線の一筆書きで通過せよ

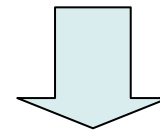
$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

# 課題

「折り紙の4分の3の3分の2に  
斜線を引いてください。」



たいていの人には計算せずに  
折ったり目盛をつけたりして  
答えを出す



軌跡が残る

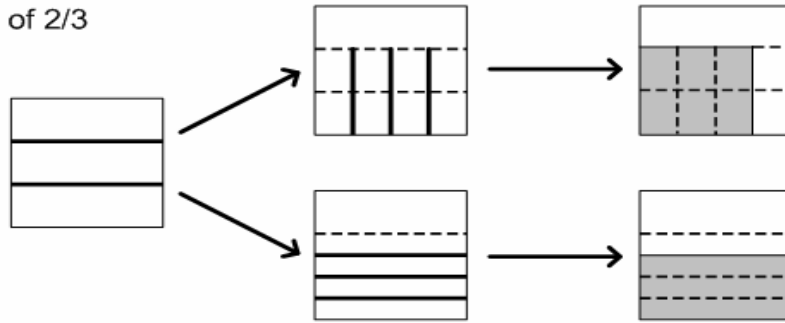
吟味の対象



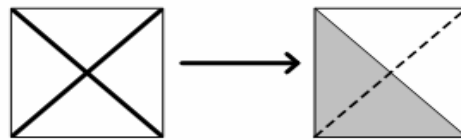
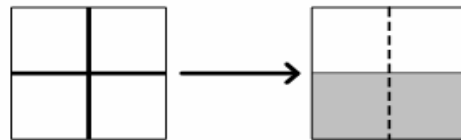
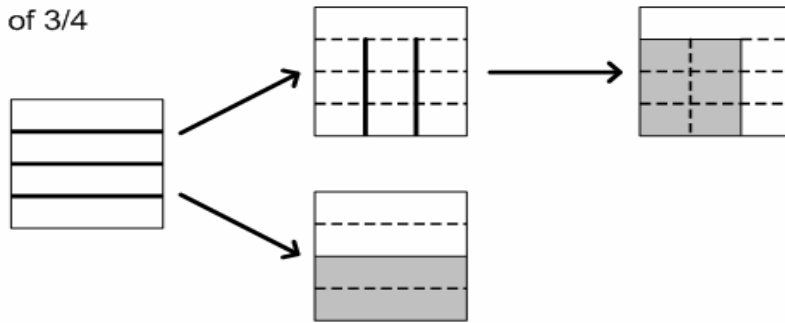
Schematic Solution Steps

Non-Arithmetic Strategies

$3/4$  of  $2/3$



$2/3$  of  $3/4$



「答えはどうなりましたか？」

「これです」

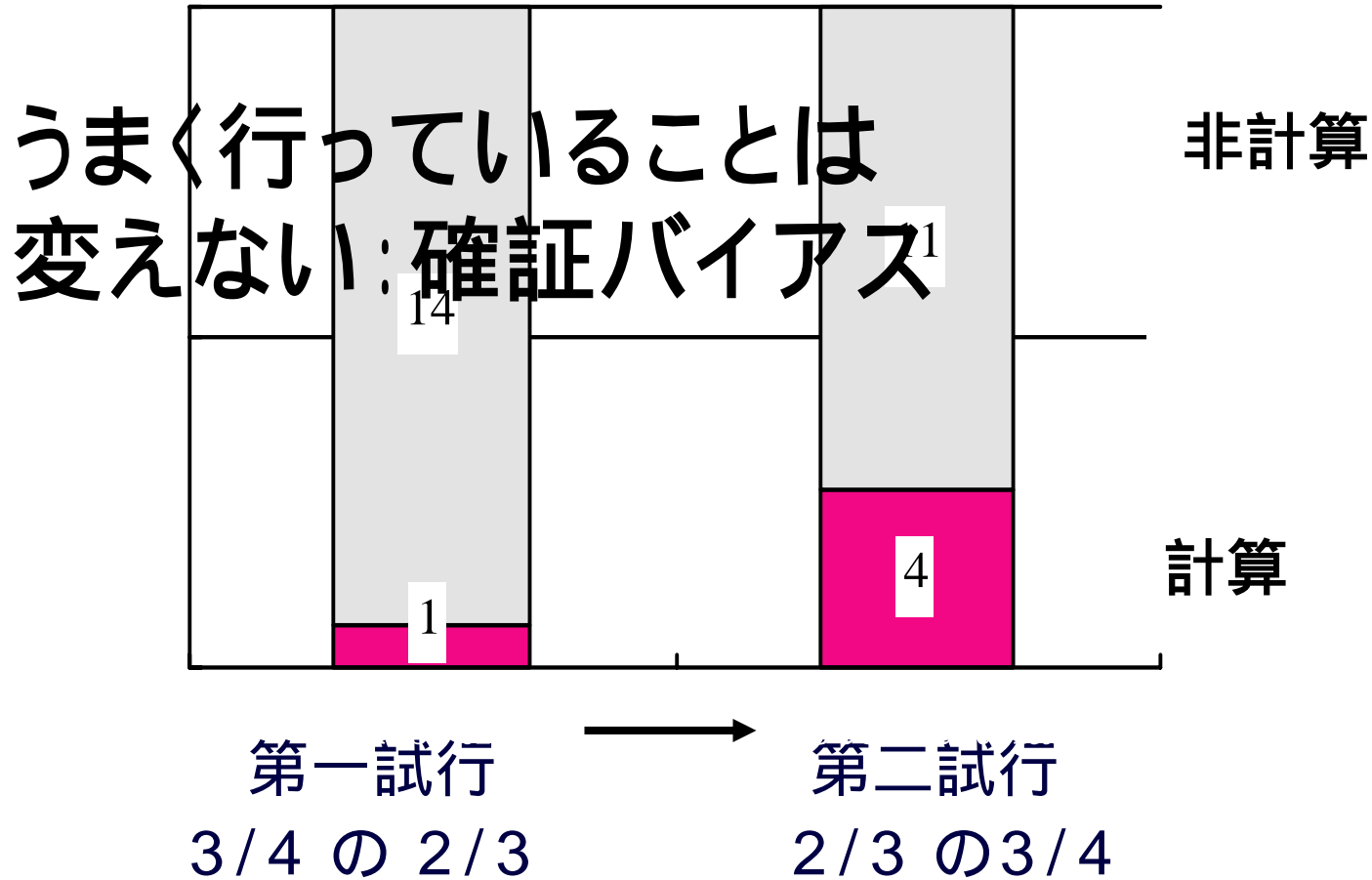
「？」

続けて解いたら？

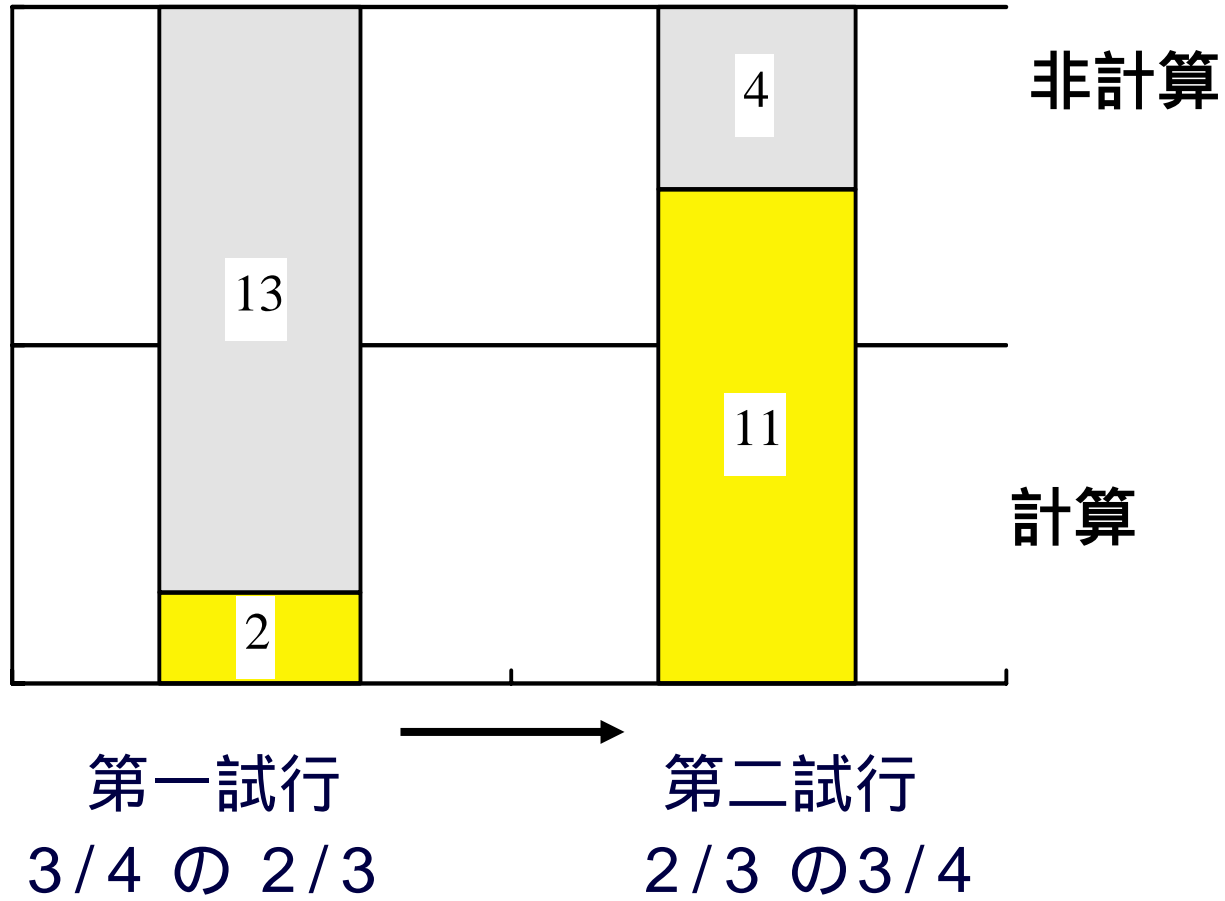
第一試行:  $3/4$  の  $2/3$

第二試行:  $2/3$  の  $3/4$

# 被験者が一人のとき



# 二人ペアだと



# ペアで何が起きているのか

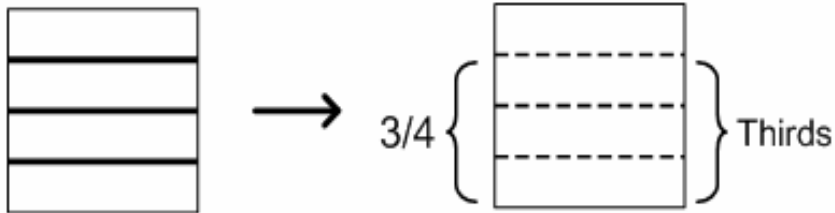
4等分して



# ペアで何が起きているのか

4等分して

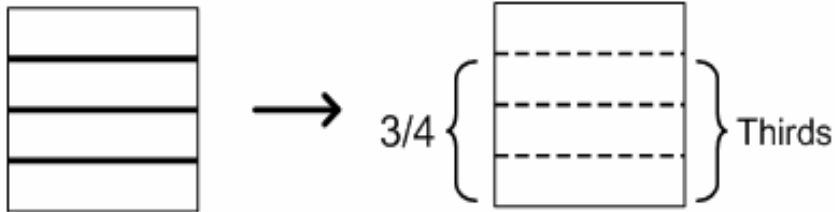
4分の3の部分を  
3等分して



# ペアで何が起きているのか

4等分して

4分の3の部分を  
3等分して

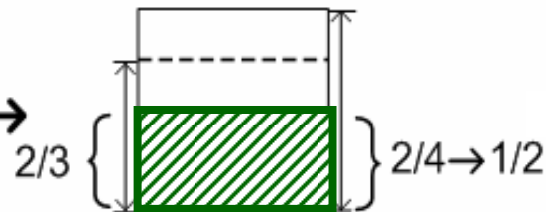
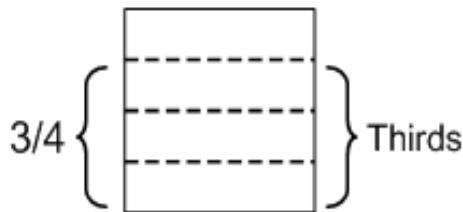


3等分ならもう  
できているから

# ペアで何が起きているのか

4等分して

4分の3の部分を  
3等分して



3等分ならもう  
できているから

その3分の2を  
取って

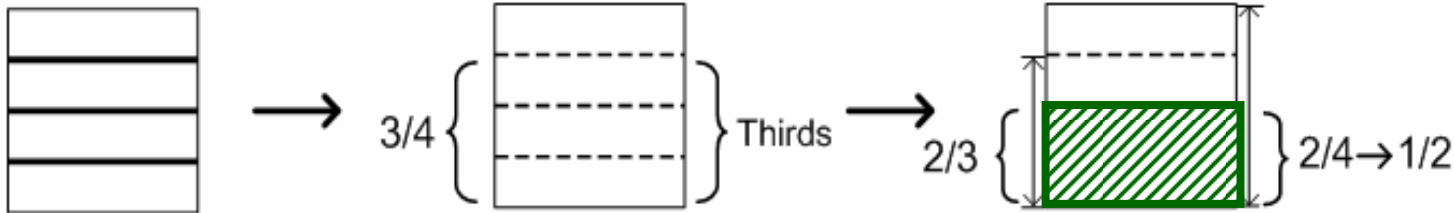


# ペアで何が起きているのか

4等分して

4分の3の部分を  
3等分して

ということは  
全体の4分の2？  
なら2分の1??



3等分ならもう  
できているから

その3分の2を  
取って

# ペアで何が起きているのか

4等分して

4分の3の部分を  
3等分して

ということは  
全体の4分の2？  
なら2分の1？？



3等分ならもう  
できているから

その3分の2を  
取って

計算しても  
よかった？

# 建設的相互作用

- 二人で考えたり、問題を解いたりすると、一人一人が互いに相手の解を「少しでも一般化可能な形で見直す」ことによって自分のアイディアを作り直し、その繰り返しによってより深い理解（後で新しい問題に応用可能な理解）が生み出される

(Miyake, 1986, *Cognitive Science*, 10(2), 151-177)

(Shirouzu, Miyake, & Masukawa, 2002

*Cognitive Science*, 26 (4), 469-501)

- この過程をもっと人数の多い状況で作り出し、一人一人の学習促進に役立てる

# 持続的な理解の促進

- 一人一人のアイデアを外化する
  - e.g. 同じ問題の多様な解き方を集める
- 集めた解を相互に比較対照、吟味する
  - パターンが見つかる

こちらは比較的簡単

- パターンの意味を理解する

こちらはとても難しい

# 多様解を集めてパターンを見せる

- 大数の法則

# 紙テープから10cmを100本切る

## 個人データ 1

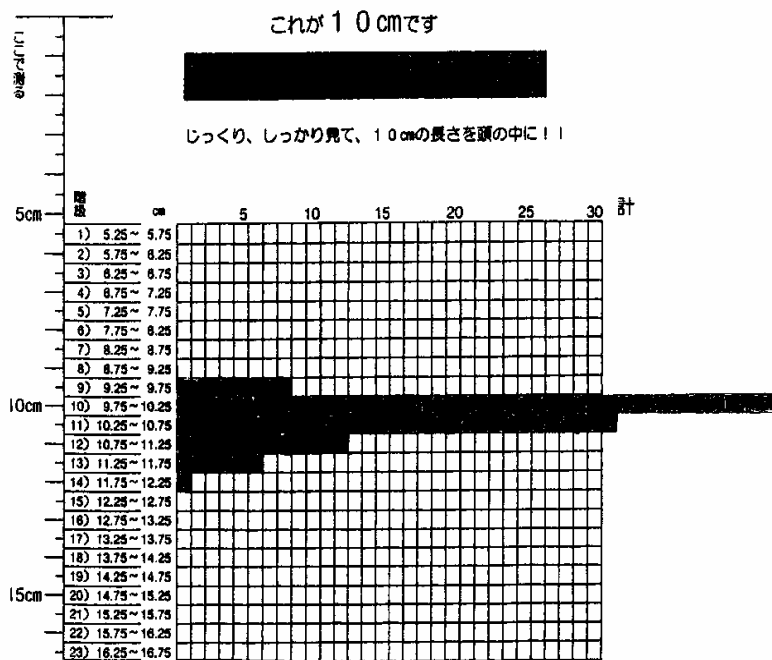


図1a 散らばりの小さいデータ

## 個人データ 2

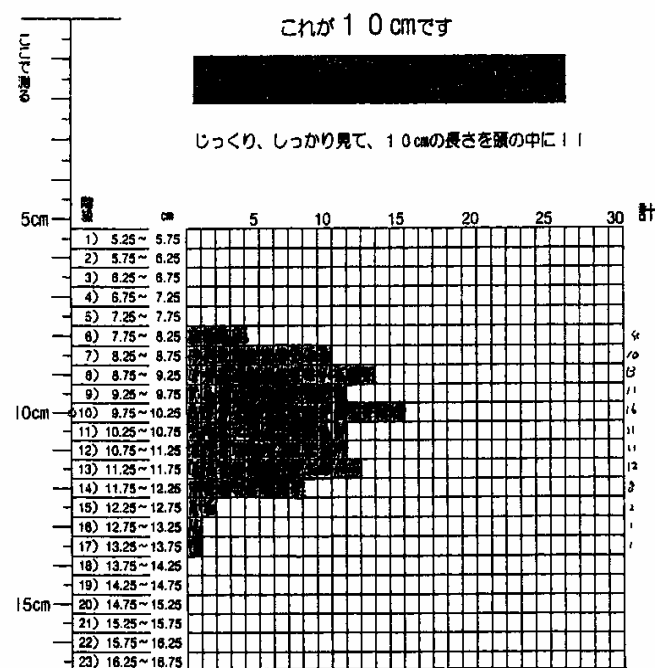


図1b 散らばりの大きいデータ

# 100本切りをたくさん集めると

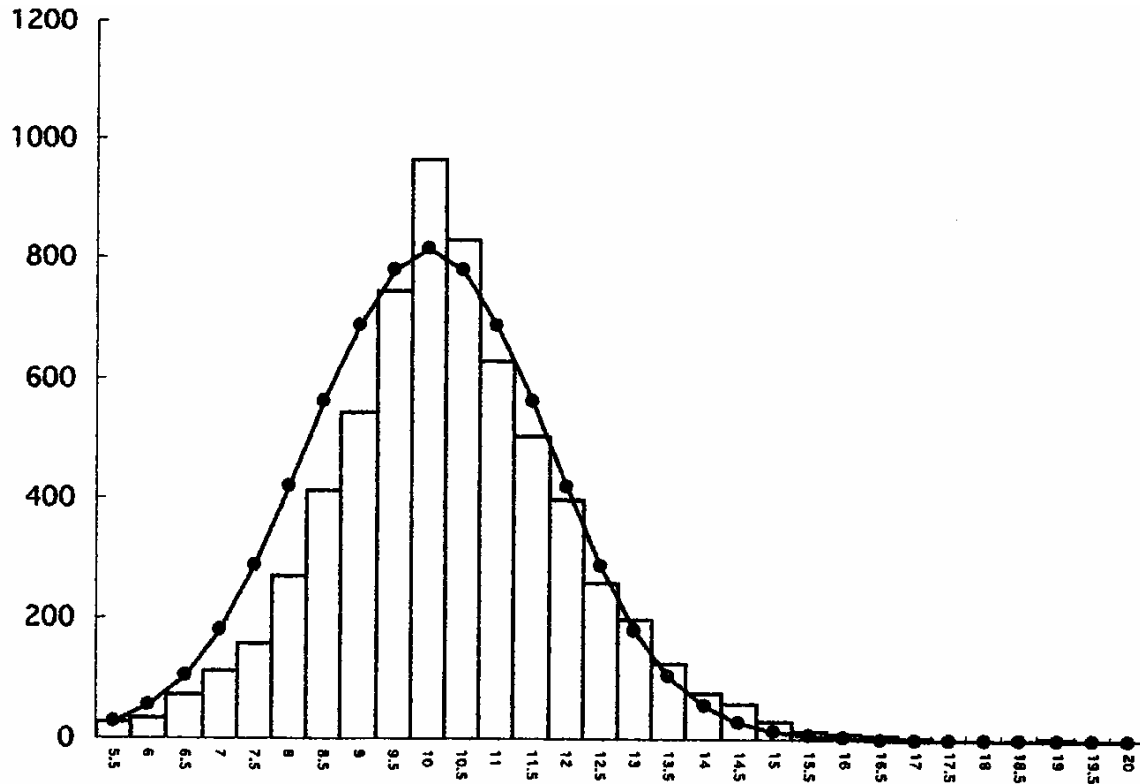


図2 10 cm テープ 6517 本のデータ (縦軸：本数, 横軸：長さ)

# 正規分布として了解？

- 「集めるとききれいな山形分布になる」ことは了解される
- ここから正規分布の性質を了解するためには長い時間がかかる
  - そのための相互吟味を促進する必要がある
- さまざまな山形分布の吟味、正規分布の性質についての議論、などを通して了解を図る



# 「意味を理解する」学習

- 大学生に
  - 「単に公式を覚える」のと、具体的な問題をいくつか解いて解き方を納得するのではどんな違いがあるでしょう？
  - 学生：「具体的な問題で解く」って???
  - 私：時速の計算なんかが出てくる問題で、具体的に、時速60kmの車が3時間走ったら、とかあるじゃない？
  - 学生：あ、は-じ-き だ

# 具体的なカリキュラムの例を...

# Jasperプロジェクト

拠点

Cognition and Technology Group  
at Vanderbilt

プロジェクトリーダー

John Bransford

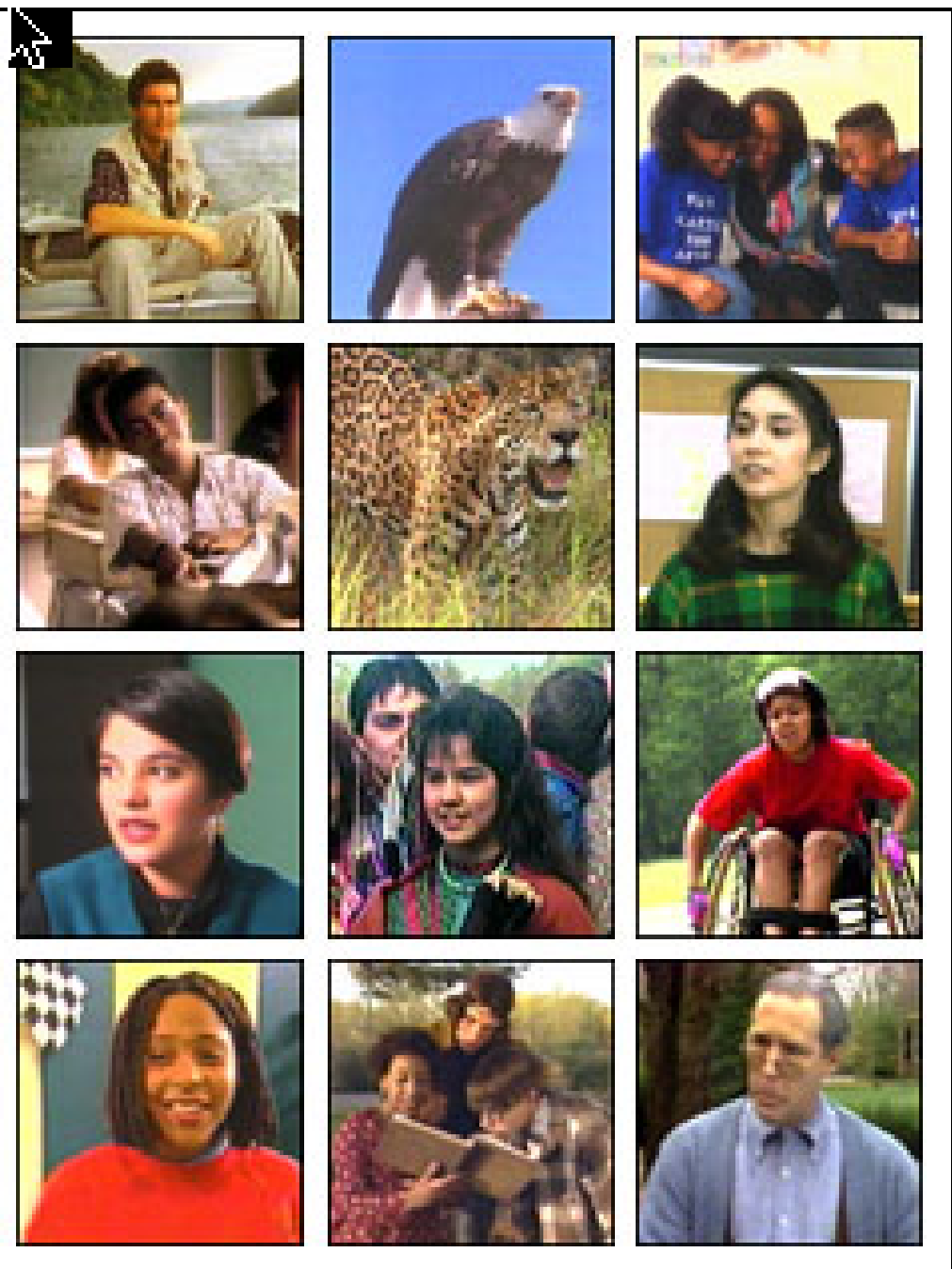
# 算数・数学の学習目標

- 複雑で、決まった答えのない問題が解けるようになる
- 数学について話し合えるようになる
- 他の教科と結びつけられる
- 社会の現実的な問題と結びつけられる
- 算数・数学は「おもしろい」と感じる

クラスで使うCD-ROM  
物語のビデオ（問題）；生徒用のヒント；発展問題

先生用CD-ROM  
シリーズ概観；問題の解答；  
教え方のヒント(tips)

手引書CD-ROM  
印刷できる手引き；教室で使う配布資料  
など



SORST  
SCCS Chukyo University  
距離/速度/時間

統計と確率

幾何

代数

# ビデオ仕立てのマイクロ世界

- 動機付けになる
- 解法がいろいろあり得る

一題、やってみてください

- Rescue at Boone's Meadow  
ブーン牧場でワシを救う

短縮版です。

---

[¥Jasper\\_short.mov](#)





ラリーのウルトラライト

- 30 マイル/時
- 15 マイル/ガロン
- 5 ガロン/タンク

ラリーの体重	180
追加タンク	10 (1ガロン)
燃料	30 (5ガロン)
可搬荷重	220

# MicroWorld問題を解いた後

- 類似課題をたくさん解く
- ツールを作る

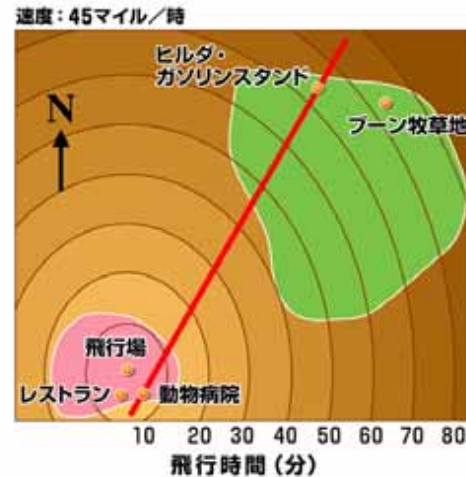
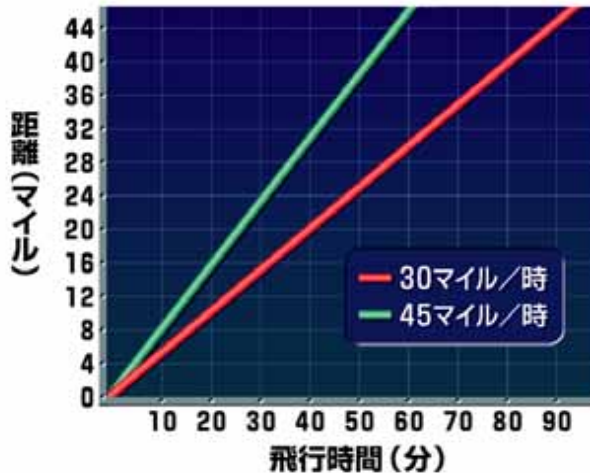
# Lindbergh課題

パリまで	燃料容量	消費率	予想速度
3,600 マイル	450 ガロン	13.4 ガロン/時	90 マイル

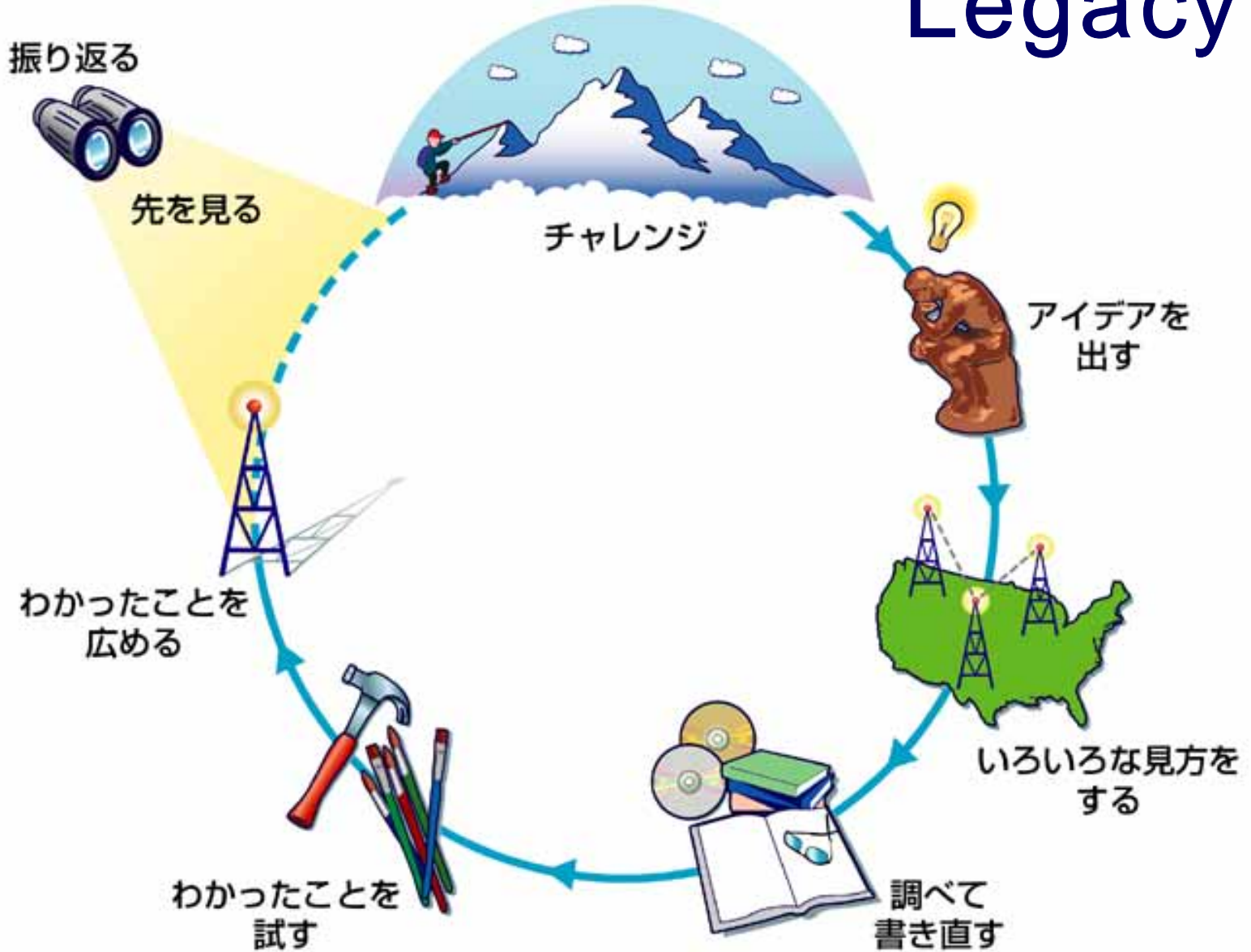
$$450 / 13.4 \times 90 = 3022.2 < 3600 !$$

# 「賢い道具」

エミリーは、宅配業を始めることにしました。どこからどこに、どのくらいの重さの荷物を運びたい、などさまざまな注文が入ってきます。何分で、いくらかかるか即答したいのですが、うまい工夫はないでしょうか...



# Legacy



# 大学での実践

- 協調過程で学ぶのは自分自身である
- 他の人に自分の意見を言うことが、自分の得になるだけでなく、他の人のリソースにもなる
- こういう協調文化そのものを育てるカリキュラムの工夫が始まっている
  - 情報教育の本質ともつながる

# ブック・サポート課題

- 3 × 5 インチのインデックス・カードと輪ゴムとクリップを使って、本を机上から4インチ以上持ち上げるブック・サポートを作れ
- ギャラリー・ウォーク
- 「もう一度やる？」
- 「先生、真似されました」